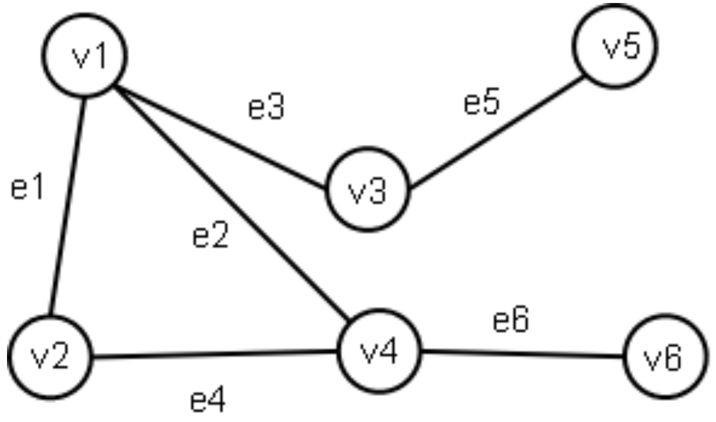
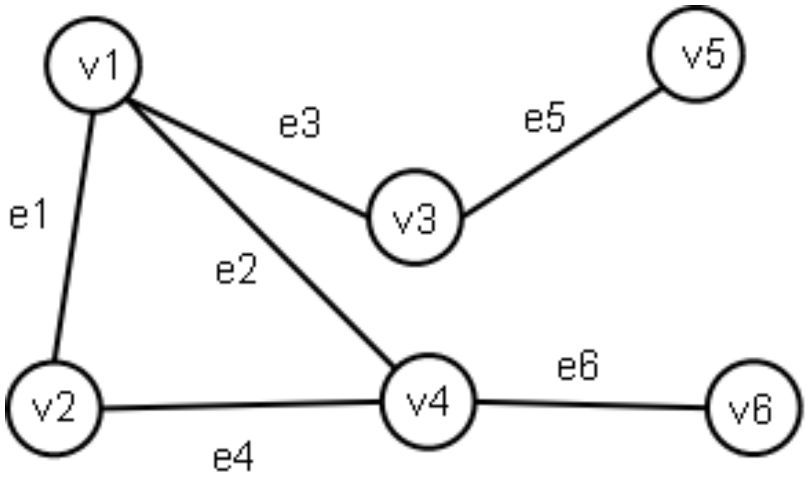
# 3. Die Datenstruktur Graph
## 3.1 Einfache Graphen




Ein **Graph** besteht aus **Knoten** (englische Bezeichnung: vertex) und **Kanten** (englische Bezeichnung: edge ) und eignet sich zur Darstellung netzwerkartiger Stukturen.

Anwendungsbeispiele:
Straßennetze: https://www.inf-schule.de/algorithmen/graphen/vernetztestrukturen/konzept_graph
Rechnernetze: https://de.wikipedia.org/wiki/Topologie_(Rechnernetz)
Schienennetze: http://www.parisinfo.de/metro-plan-karte.htm
Struktur von Websites: https://webdesigneinfuehrung.wordpress.com/tag-3/informationsarchitektur-nutzerfuehrung-und-strukturbaum/
Ahnenbäume: https://de.wikipedia.org/wiki/Stammbaum



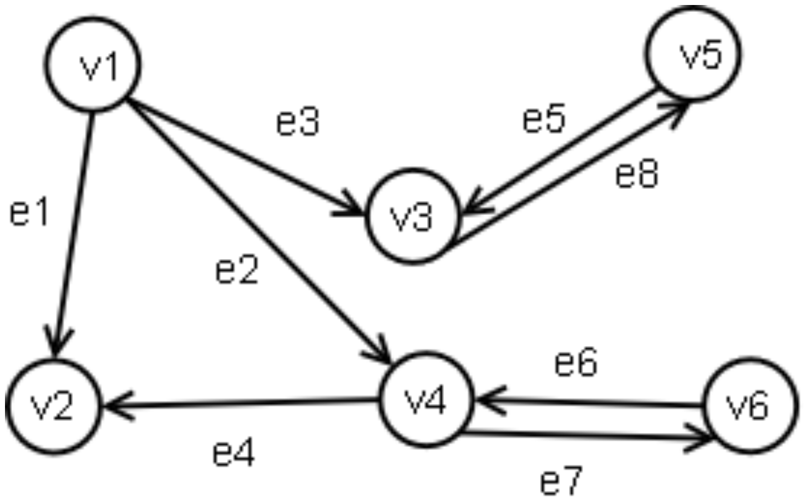

## Ungerichteter Graph

Kanten als Menge:

e1 = {v1, v2}

e2 = {v1, v4}

e5 = {v3, v5} usw.




## Gerichteter Graph

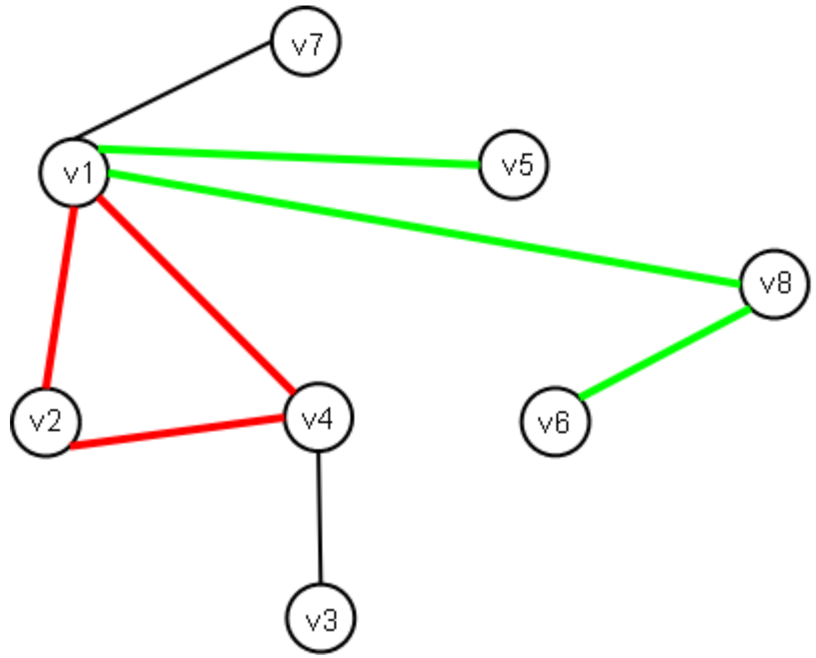
Kanten als Tupel:

e1 = (v1, v2)

e2 = (v1, v4)

e5 = (v5, v3)

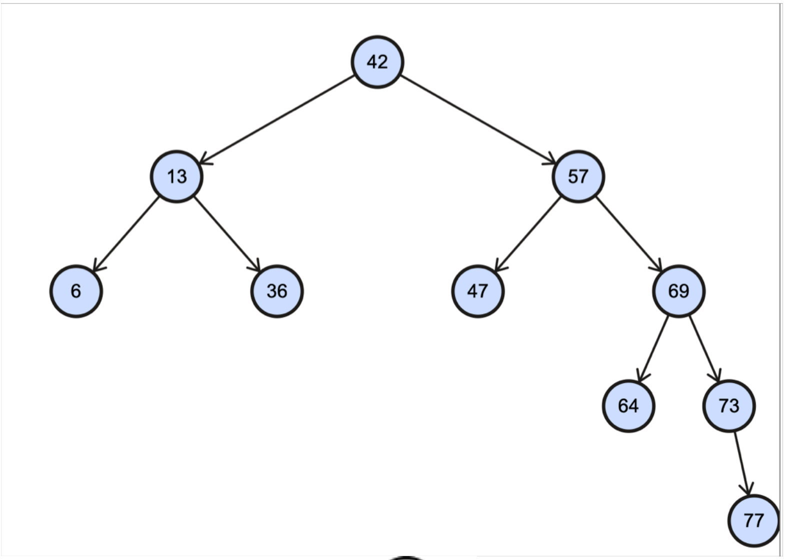
e8 = (v3, v5)  usw.




Pfad: (v5, v1, v8, v6)

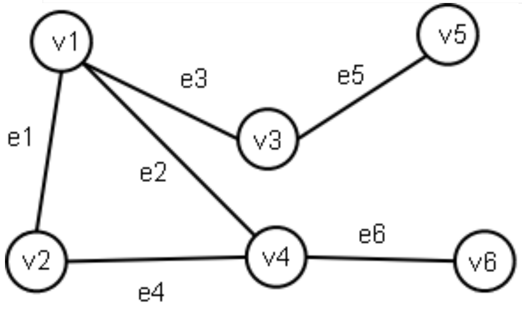
Zyklus: (v1, v2, v4, v1)

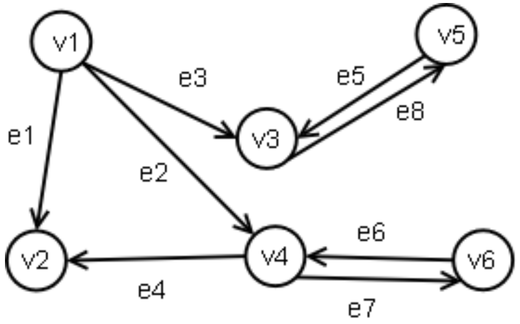
Für die Nutzung eines Graphen ist es oft entscheidend, ob es einen Weg von einem bestimmten Knoten zu einem anderen gibt.
Einen solchen Weg bezeichnet man als **Pfad**.
Einen geschlossenen Pfad, d.h. Anfangs- und Endknoten sind identisch, bezeichnet man als **Zyklus** (oder auch als Rundweg).



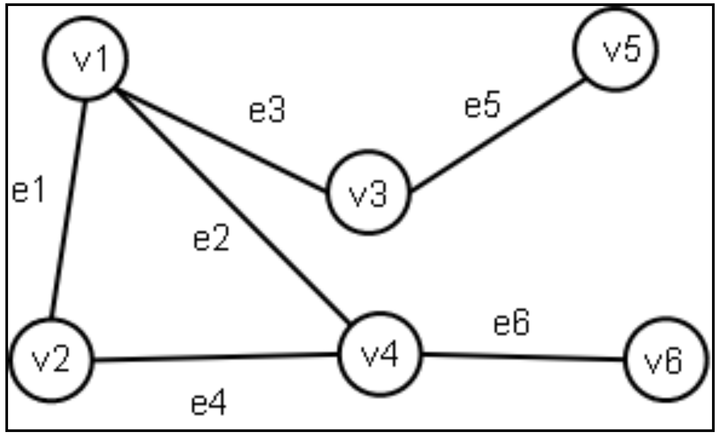

Jeder Baum kann auch als Graph interpretiert werden.

In einem Baum gibt es von der Wurzel zu jedem Knoten einen eindeutigen Pfad.



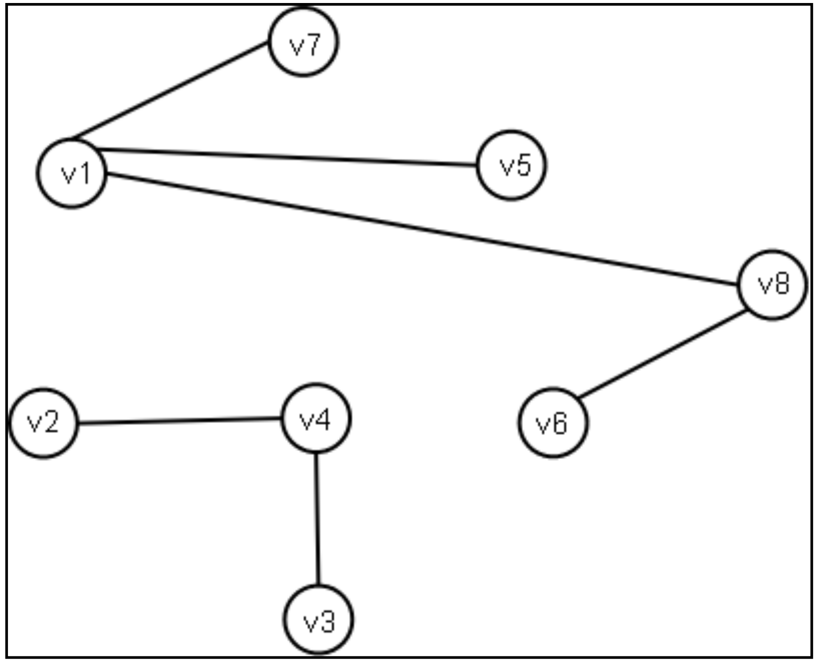




Enthält ein Graph einen Zyklus, kann er nicht mehr als Baum interpretiert werden.



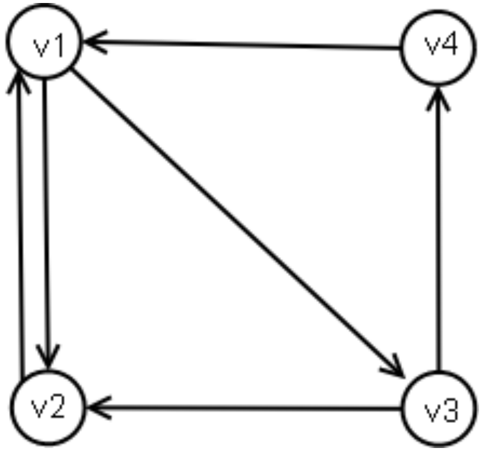

## Zusammenhängender ungerichteter Graph

Von jedem Knoten gibt es einen Pfad zu allen anderen Knoten.



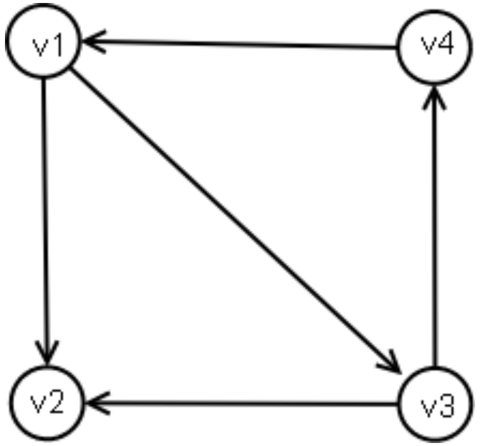

## Nicht zusammenhängender ungerichteter Graph

Es gibt einen Knoten, der nicht von allen anderen erreicht werden kann.



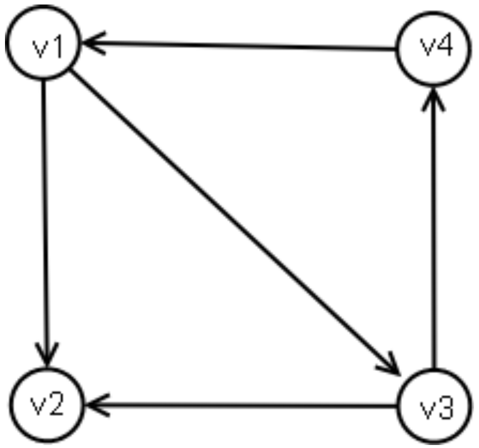

## Stark zusammenhängender gerichteter Graph

Von jedem Knoten gibt es einen Pfad zu allen anderen Knoten.



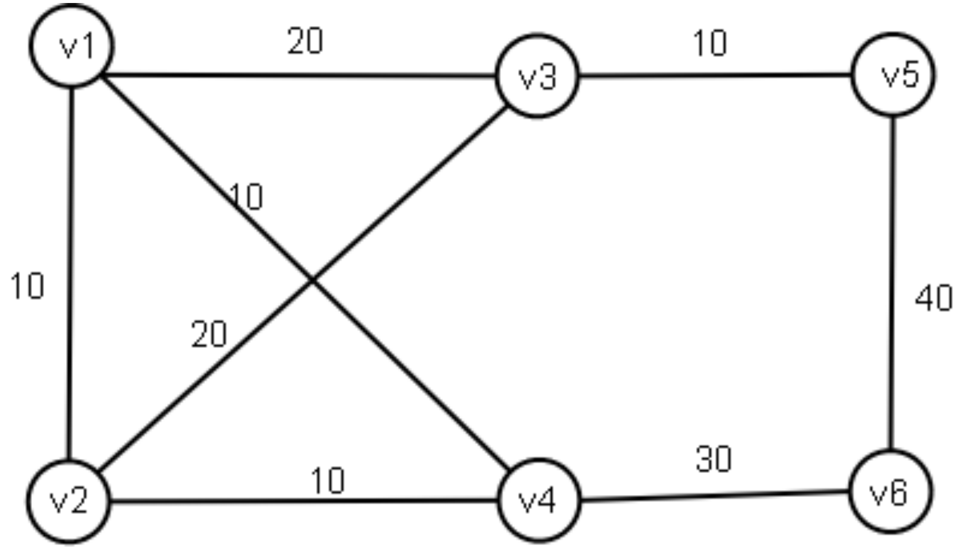

## Nicht stark zusammenhängender gerichteter Graph

Es gibt einen Knoten, von dem aus man nicht alle anderen Knoten erreichen kann.




## Schwach zusammenhängender gerichteter Graph

Ignoriert man die Richtungen und fasst damit den gerichteten Graphen als ungerichteten auf und ist dieser zusammenhängend, so nennt man ihn **schwach zusammenhängend** .




## Gewichteter Graph

Es gibt Kanten, die eine Gewichtung haben.

Beispiel:
Entfernung zweier Orte, Fahrtdauer, Kosten

e1 = {v1, v2, 10}
e2 = {v1, v3, 20}
e3 = {v1, v4, 10} usw.

## Ausblick: Graphentheorie

Die Graphentheorie ist ein Teilgebiet aus der Mathematik und der Theoretischen Informatik.
https://de.wikipedia.org/wiki/Graphentheorie

Von großer Bedeutung sind Probleme, welche das Durchlaufen von Graphen und das Suchen von kürzesten Wegen thematisieren:
https://de.wikipedia.org/wiki/Durchlaufbarkeit_von_Graphen

In diesem Zusammenhang spielt das **P-NP-Problem** eine wichtige Rolle. Es zählt zu den wichtigsten bisher ungelösten Problemen der Theoretischen Informatik und der Mathematik:
https://de.wikipedia.org/wiki/P-NP-Problem

# Übung 1
# Wege auf Graphen

Arbeite auf der Seite MathePrisma der Universität Wuppertal im Modul "Wege auf Graphen" die Seiten 1 bis 4 durch.

http://matheprisma.de/Module/Graphen/index.htm

# Übung 2
## Anwendung: Das Königsberger Brückenproblem

Eine berühmtes Problem im Zusammenhang mit Graphen ist das von Leonard Euler formulierte sog. Königsberger Brückenproblem.
https://de.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler

**Gibt es einen Weg durch Königsberg (heute: Kaliningrad), auf dem man jede der sieben Brücken genau einmal überquert?**
http://de.wikipedia.org/wiki/Kaliningrad
*(Das Lied "Über sieben Brücken musst du gehen" von der DDR-Kultband "Karat" bzw. die Coverversion von Peter Maffay hat mit dieser Aufgabe übrigens nichts zu tun)*

Die Stadtteile A,B,C und D kann man als Knoten betrachten und die Brücken als Kanten. Es entsteht ein ungerichteter Graph mit Doppelkanten.

Ausführlich durchleuchtet wird das Problem auf der Seite MathePrisma der Universität Wuppertal.
http://matheprisma.de/Module/Koenigsb/index.htm