

# Methode der kleinen Schritte

## Grundprinzip:

Man berechnet näherungsweise den Ort und die Geschwindigkeit in kleinen Zeitsprüngen  $\Delta t$  jeweils aus dem vorhergehenden Wert.

Dabei wird zuerst die Geschwindigkeit ermittelt unter Verwendung der Beschleunigung und daraus dann der Ort. Wählt man  $\Delta t$  klein, so ergibt die Näherung gute Werte.

Aus  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  folgt mit  $\Delta x = x(t+\Delta t) - x(t)$ :  $x(t+\Delta t) = x(t) + v(t) \cdot \Delta t$

Aus  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  folgt mit  $\Delta v = v(t+\Delta t) - v(t)$ :  $v(t+\Delta t) = v(t) + a(t) \cdot \Delta t$

Je nachdem, welche Funktion für  $a(t)$  vorliegt, ergibt sich eine typische Bahnkurve für den Körper nur aus dem jeweiligen Kraftgesetz, ohne Benutzung von Formeln für die jeweilige Bewegung.

## Beispiel: Gravitationsgesetz

Herleitung der Beschleunigung siehe Buch Seite 112.

*Da die Bewegung zweidimensional verläuft, sind bei Ort, Geschwindigkeit und Beschleunigung jeweils x und y-Koordinate zu beachten.*

für a gilt:  $a_x(t) = -\frac{GM}{r^3} x(t)$       und       $a_y(t) = -\frac{GM}{r^3} y(t)$

G: Gravitationskonstante , M: Masse des Zentralgestirns

r: Abstand der beiden Körpermittelpunkte, mit  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

Anfangsbedingungen z.Bsp.:

$x(0) = 6400 \text{ km}$  ;  $y(0) = 0$  ;  $v_x(0) = 0$  ;  $v_y(0) = 7,9 \text{ km/s}$  ;  $\Delta t = 15 \text{ s}$

## Realisierung mit Excel:

|   | A      | B          | C          | D          | E          | F                 | G                 | H                               |
|---|--------|------------|------------|------------|------------|-------------------|-------------------|---------------------------------|
| 1 | t      | x          | y          | vx         | vy         | ax                | ay                | r                               |
| 2 | 0      | 7E6        | 0          | 0          | 9E3        | = -(G*M*B2) /H2^3 | = -(G*M*C2) /H2^3 | =Wurzel (quadratsumme (B2 ;C2)) |
| 3 | =A2+dt | =B2+D2* dt | =C2+E2* dt | =D2+F2* dt | =E2+G2* dt |                   |                   |                                 |
| 4 |        |            |            |            |            |                   |                   |                                 |

|   | I  | J        | K        |
|---|----|----------|----------|
| 1 | dt | G        | M        |
| 2 | 20 | 6,67E-11 | 5,977E24 |